19101185 강동현 데이터분석 Assignment 09

1. 다음 cubic regression spline을 보고 각 물음에 답하는 문제이다.

(a). x <= ξ 일 때, 해당 term들을 이용해서 cubic polynomial에서 a1,b1,c1,d1을 표현하면 되는 문제이다. x <= ξ 이므로 그대로 a1=베타0 , b1=베타1 , c1=베타2 , d1=베타3 이다.

(b). x > ξ 일 때, 해당 term들을 이용해서 cubic polynomial에서 a2,b2,c2,d2을 표현하면 되는 문제이다. 이 경우 x > ξ 이기 때문에 베타4가 포함되는 삼차식 베타4(x- ξ)^3이 포함된다. 따라서 각 a2,b2,c2,d2는 이 삼차식을 전개한 계수가 포함된 상태로 표현 될 것이다. 베타4에 해당하는 식을 전개하면 베타4(x^3-3 ξ x^2 + 3 ξ^2x – ξ^3) 이다. 이 식을 해당되는 식들의 계수에 합쳐주면 다음과 같다. 각 term을 통해 표현하면 a2=베타0-베타4 ξ^3 , b2=베타1+3베타4 ξ^2 , c2=베타2 -3베타4 ξ , d2=베타3+베타4 이다.

(c). (a)번과 (b)번에서 구한 함수 f1 , f2에 대해서 ξ에서 연속인지를 보이는 문제이다. 해당 함수에 ξ을 대입해서 서로 같은지 비교하면 된다. 처음 (a)번의 함수 f1(ξ) = 베타0 + 베타1 ξ + 베타2 ξ^2 + 베타3 ξ^3 이다. (b)번의 함수 f2(ξ)는 f2(ξ)= 베타0 + 베타1 ξ + 베타2 ξ^2 + 베타3 ξ^3 + 베타4(ξ- ξ)^3 이므로 베타4에 해당하는 부분이 사라진다. 따라서 서로 같은 값을 가지고 ξ 에서 연속임을 알 수 있다.

(d). 해당 함수를 미분해서도 ξ에서 같은지 미분한 함수도 연속인지 보이는 문제이다. (a)번의 함수 f1(x)를 미분해서 ξ 를 대입하면 베타1 + 2베타2 ξ + 3베타3 ξ^2 이다. (b)번의 함수 f2(x)를 미분해서 ξ를 대입하면 베타1 + 2베타2 ξ + 3베타3 ξ^2 + 3베타4(ξ- ξ)^2 이다. 따라서 베타4에 해당하는 부분이 사라지게 되고 서로 같은 값을 가지는 것을 알 수 있다. 따라서 미분한 함수도 ξ에서 연속임을 알 수 있다.

(e). 해당 함수들에 대해 두번 미분한 함수도 ξ에서 연속인지 확인 하는 문제이다. (d)에서의 함수들을 한번 더 미분하면 된다. (d)번에서의 f1’(ξ)를 한번 더 미분해 ξ를 대입하면 2베타2 ξ + 6베타3 ξ 이다. (d)번에서의 f2’(ξ)를 한번 더 미분해 ξ를 대입하면 2베타2 + 6베타3 ξ + 6베타4(ξ- ξ)^1 이다. 따라서 해당 ξ에서 값이 연속임을 알 수 있다.

4. basis function b1 , b2를 다음과 같이 둔 후 , 베타 추정치가 주어지고 해당 범위 X=-2 ~ X=2 사이의 intercepts 혹은 slopes , 다른 relevant information를 기록하는 문제이다. 베타들의 추정치가 주어졌으므로 식을 정리하면 Y = 1 + b1(X) + 3b2(X) 이다. 해당 범위를 먼저 나누면 -2 ~ 0 ~ 1 ~ 2 로 나눌 수 있다. I는 해당 범위를 만족하면 1 아니면 0 이므로 범위에 따라 식을 정리할 수 있다. -2 ~ 0 은 정리하면 1 , 0 ~ 1은 정리하면 2 , 1 ~ 2는 정리하면 3 -X 이다. 따라서 Slope는 -2 ~ 0 사이는 0 , 0 ~ 1 도 0 , 1 ~ 2 구간에서는 -1 로 가짐을 알 수 있다. 또한 intercepts에 대해서는 x절편은 해당 구간에서 보이지 않고 y절편은 2인 것을 알 수 있다.